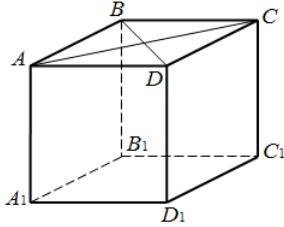


«Очень трудно найти в тёмной комнате чёрную кошку, особенно, если ее там нет.»

Конфуций.

Площади боковых граней прямоугольного параллелепипеда равны  $60\text{см}^2$  и  $100\text{см}^2$ , а диагонали основания  $8\text{см}^2$  и  $4\sqrt{13}$  см. Найдите объём параллелепипеда.



В условии ошибки! Я её выделил жирным шрифтом. Должно быть не  $8\text{см}^2$ , а 8 см!

Пусть для определённости  $S_{ABB_1A_1} = 60 \text{ см}^2$ ,  $S_{ADD_1A_1} = 100 \text{ см}^2$ ,  $AC = 4\sqrt{13}$  см,  $BD = 8$  см.

$4\sqrt{13} > 8$  (это неравенство равносильно неравенству  $\sqrt{13} > 2$ , т.е.  $AC > BD$ , то  $\angle ABC > \angle BAD$ . Поэтому  $\angle BAD = \alpha$  – острый, а  $\angle ABC = \pi - \alpha$  – тупой.

$$S_{ABB_1A_1} = AB \cdot AA_1, S_{ADD_1A_1} = AD \cdot AA_1 \Rightarrow \frac{S_{ABB_1A_1}}{S_{ADD_1A_1}} = \frac{AB \cdot AA_1}{AD \cdot AA_1} = \frac{AB}{AD};$$

$$S_{ABB_1A_1} = 60 \text{ см}^2, S_{ADD_1A_1} = 100 \text{ см}^2 \Rightarrow \frac{S_{ABB_1A_1}}{S_{ADD_1A_1}} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}.$$

Значит,  $\frac{AB}{AD} = \frac{3}{5}$ . Положим  $AB = 3x$ ,  $AD = 5x$ .

По теореме косинусов:

$$AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos(\angle BAD) = BD^2$$

$$\begin{cases} AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos(\angle BAD) = BD^2 \\ AC^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos(\angle ABC) = AC^2 \end{cases} \text{ и т.к. } BC = AD = 5x, \text{ то}$$

$$\begin{cases} (3x)^2 + (5x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5x \cdot \cos \alpha = 8^2 \\ (3x)^2 + (5x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5x \cdot \cos(\pi - \alpha) = (4\sqrt{13})^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 34x^2 - 30x^2 \cos \alpha = 64 \\ 34x^2 + 30x^2 \cos \alpha = 208 \end{cases}.$$

Сложив 2 последние равенства, получим:  $68x^2 = 272 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ см}$ ,  $AB = 3x = 6 \text{ см}$ ,  $AD = 5x = 10 \text{ см}$ ,  $AB \cdot AA_1 = 60 \Leftrightarrow 6 \cdot AA_1 = 60 \Leftrightarrow AA_1 = 10 \text{ см}$ .

$34x^2 + 30x^2 \cos \alpha = 208 \Leftrightarrow 34 \cdot 2^2 + 30 \cdot 2^2 \cdot \cos \alpha = 208 \Leftrightarrow 136 + 120 \cos \alpha = 208$  или  $120 \cos \alpha = 72 \Leftrightarrow \cos \alpha = 0,6$ ,  $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,6^2} = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin(\angle BAD) = 6 \cdot 10 \cdot \sin \alpha = 60 \cdot 0,8 = 48 \text{ см}^2;$$

Объём параллелепипеда:  $V = S_{ABCD} \cdot AA_1 = 48 \cdot 10 = 480 \text{ см}^3$ .