

Найти общее решение уравнения

$$(x-y) \cdot dy - y \cdot dx = 0$$

Здесь

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(-y) = -1$$

$$\frac{\partial N(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(x-y) = 1$$

Равенство не соблюдается, поэтому данное уравнение не является уравнением в полных дифференциалах.

$$-\frac{y}{x-y} + y' = 0$$

Это неоднородное уравнение. Сделаем замену переменных: $y = u \cdot x$, $y' = u' \cdot x + u$.

$$-u \cdot x / (-u \cdot x + x) + u + u' \cdot x = 0$$

Представим в виде:

$$u' = -\frac{u^2}{x \cdot (u-1)}$$

Преобразуем уравнение так, чтобы получить уравнение с разделяющимися переменными:

$$-\frac{u-1}{u^2} du = \frac{1}{x} dx$$

Интегрируя, получаем:

$$\int -\frac{u-1}{u^2} du = \int \frac{1}{x} dx$$

$$-\ln(u) - \frac{1}{u} = \ln(x)$$

Учитывая, что $y = u \cdot x$, $u = y/x$ получаем:

$$-\frac{x}{y} - \ln\left(\frac{y}{x}\right) = \ln(x)$$