https://znanija.com/task/27205394.

Напряжение на конденсаторе в колебательном контуре изменяется в соответствии с уравнением $U=1000\cdot\sin(2\cdot10^6\cdot t)$. Во сколько раз максимальная энергия конденсатора больше энергии для момента времени $t_1=1/6\bullet10^{-6}$ с, считая от максимального напряжения?

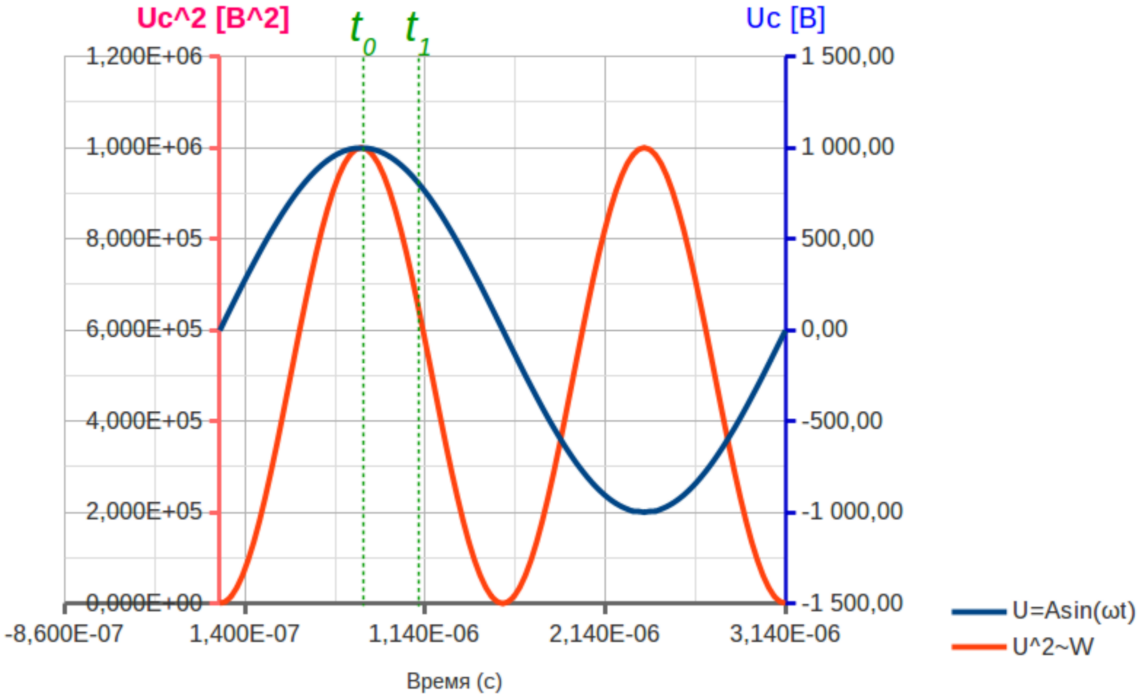

Рисунок 1: Графики изменений со временем напряжения и квадрата напряжения.

.

Дано:

$U(t)=\sin(\omega t)$

$A=1000\ \ [B]$

$\omega=2\cdot10^6\ \ [рад/с]$

$U(t_0)=maximum$

$t_1=t_0+\frac{1}{6}\cdot10^{-6}\ \ [c]$

Найти:

$\frac{W_0}{W_1}$

РЕШЕНИЕ

Энергия заряженного конденсатора может быть вычислена с помощью формулы.

$$W=\frac{CU^2}{2} \tag{1}$$

Естественно, что если на конденсаторе переменное напряжение $U(t)=A\sin(\omega t)$, то и энергия в конденсаторе тоже будет изменяться с течением времени по закону:

$$W=\frac{C(A\sin(\omega t))^2}{2} \tag{2}$$

Частное от энергий в моменты времени t_1 и t_2 будет:

$$\frac{W_0}{W_1}=\left(\frac{\sin\omega t_0}{\sin\omega t_1}\right)^2 \tag{3}$$

Остаётся найти «нужные синусы». Квадрат синуса будет максимальным при

$$\sin\omega t=\pm 1 \tag{4}$$

Поскольку синус периодическая функция соотношение энергий в (3) тоже будет периодически изменяться (и повторяться). Поэтому нам будет достаточно рассмотреть одно решение уравнения (4). Находим момент времени t_0 при котором квадрат напряжения будет максимальным.

$$\begin{aligned}
&\sin\omega t_0=1\\
&\omega t_0=\frac{\pi}{2}+2\pi k,\quad k\in\mathbb{Z}\\
&\text{пусть}\quad k=0\\
&\omega t_0=\frac{\pi}{2}
\end{aligned}$$

Тогда:

$$t_0=\frac{\pi}{2\omega} \tag{5}$$

Соответственно прибавим к t_0 из (5) $\frac{1}{6}\cdot 10^{-6}\ c$ получим момент времени t_1. Тогда с учётом (5) выражение (3) приобретает вид:

$$\frac{W_0}{W_1}=\left(\frac{\sin\omega t_0}{\sin\omega t_1}\right)^2=\left(\frac{1}{\sin\left(\omega\left(\frac{\pi}{2\omega}\right)+\frac{10^{-6}}{6}\right)}\right)^2=\left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\omega\cdot 10^{-6}}{6}\right)}\right)^2$$

$$\frac{W_0}{W_1}=\left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\omega\cdot 10^{-6}}{6}\right)}\right)^2 \tag{6}$$

Подставим в (6) заданное в условии значение $\omega=2\cdot10^{6}\ [рад/с]$.

$$\frac{W_0}{W_1}=\left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{2\cdot10^{6}\cdot10^{-6}}{6}\right)}\right)^2=\left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{1}{3}\right)}\right)^2\approx\left(\frac{1}{0{,}945}\right)^2\approx1{,}12 \tag{7}$$

ОТВЕТ.

$\frac{W_0}{W_1}\approx1{,}12$.